

Banco Central de Chile Documentos de Trabajo

Central Bank of Chile Working Papers

N° 662

Febrero 2012

CUBRIR O NO CUBRIR: ¿ESE ES EL DILEMA?

Rodrigo Alfaro

Natán Goldberger

La serie de Documentos de Trabajo en versión PDF puede obtenerse gratis en la dirección electrónica: <http://www.bcentral.cl/esp/estpub/estudios/dtbc>. Existe la posibilidad de solicitar una copia impresa con un costo de \$500 si es dentro de Chile y US\$12 si es para fuera de Chile. Las solicitudes se pueden hacer por fax: (56-2) 6702231 o a través de correo electrónico: bcch@bcentral.cl.

Working Papers in PDF format can be downloaded free of charge from: <http://www.bcentral.cl/eng/stdpub/studies/workingpaper>. Printed versions can be ordered individually for US\$12 per copy (for orders inside Chile the charge is Ch\$500.) Orders can be placed by fax: (56-2) 6702231 or e-mail: bcch@bcentral.cl.



BANCO CENTRAL DE CHILE

CENTRAL BANK OF CHILE

La serie Documentos de Trabajo es una publicación del Banco Central de Chile que divulga los trabajos de investigación económica realizados por profesionales de esta institución o encargados por ella a terceros. El objetivo de la serie es aportar al debate temas relevantes y presentar nuevos enfoques en el análisis de los mismos. La difusión de los Documentos de Trabajo sólo intenta facilitar el intercambio de ideas y dar a conocer investigaciones, con carácter preliminar, para su discusión y comentarios.

La publicación de los Documentos de Trabajo no está sujeta a la aprobación previa de los miembros del Consejo del Banco Central de Chile. Tanto el contenido de los Documentos de Trabajo como también los análisis y conclusiones que de ellos se deriven, son de exclusiva responsabilidad de su o sus autores y no reflejan necesariamente la opinión del Banco Central de Chile o de sus Consejeros.

The Working Papers series of the Central Bank of Chile disseminates economic research conducted by Central Bank staff or third parties under the sponsorship of the Bank. The purpose of the series is to contribute to the discussion of relevant issues and develop new analytical or empirical approaches in their analyses. The only aim of the Working Papers is to disseminate preliminary research for its discussion and comments.

Publication of Working Papers is not subject to previous approval by the members of the Board of the Central Bank. The views and conclusions presented in the papers are exclusively those of the author(s) and do not necessarily reflect the position of the Central Bank of Chile or of the Board members.

Documentos de Trabajo del Banco Central de Chile
Working Papers of the Central Bank of Chile
Agustinas 1180, Santiago, Chile
Teléfono: (56-2) 3882475; Fax: (56-2) 3882231

CUBRIR O NO CUBRIR: ¿ESE ES EL DILEMA?

Rodrigo Alfaro
BBVA Research

Natán Goldberger
Banco Central de Chile

Resumen

En este artículo analizamos si la cobertura reduce el riesgo. Utilizando dos medidas coherentes de riesgo y datos históricos (1997-2011) encontramos que en los portafolios de renta variable no se produce una reducción de riesgo mientras que los de renta fija la cobertura total es óptima. Este último resultado es válido tanto para carteras en dólares como en euros.

Abstract

In this paper we analyze if currency hedging reduces risk. Based on historical data (1997-2011) and using coherent measures of risk, we found that in equity portfolios it does not imply a reduction on risk. In contrast, for fixed-income portfolios the optimal hedging is 100%. Last finding is also robust to both USD and EUR portfolios.

1 Introducción

Las inversiones en instrumentos financieros en monedas extranjeras contienen tanto el riesgo propios del instrumento como el que se deriva de la fluctuación de la moneda. Una forma de aminorar el riesgo por la exposición al cambio en la paridad constituyen la compra de forwards con lo cual el inversionista acota el riesgo únicamente al instrumento financiero. Por este punto la regulación se ha centrado en definir porcentajes de cobertura para los activos mantenidos por las Administradoras de Fondos de Pensiones (AFP's) en sus diferentes fondos con el objeto de disminuir el riesgo de la cartera.

En este trabajo analizamos los efectos de la cobertura sobre el riesgo, para ello consideramos un portafolio parcialmente cubierto y utilizamos dos medidas riesgo: volatilidad y valor esperado condicional a un extremo de la distribución (ES por Expected Shortfall). En primera instancia revisamos los criterios deseables para que una medida de riesgo sea coherente siguiendo a Acerbi y Tasche (2002) para luego destacar los elementos que haran que ES fuese preferido a la tradicional medida de volatilidad, siendo ambas coherentes. Posteriormente utilizamos índices de activos financieros de instrumentos en dólares para aplicar las medidas de riesgo de donde encontramos que no existe cobertura óptima para los portafolios de renta variable. En particular los intervalos de cobertura óptima que resultan de utilizar ES al 5% implican rangos entre 0 y 90%. Este resultado se encuentra alineado con la hipótesis de cobertura natural propuesto por Walker (2006) para este tipo de activos financiero, en donde se establece como conclusin que la cobertura no aporta en la reduccion de riesgo. En contraste nuestros resultados para los portafolios de renta fija indican que la cobertura permite reducir el riesgo cuando se realiza en niveles superiores al 85% de la cartera, vale decir cobertura total. Este último hecho empírico se mantiene en portafolios de deuda soberana en euro.

2 Modelo Teórico

En esta sección presentamos una forma simplificada el objeto de nuestro interés (retorno de un portafolio parcialmente cubierto) para posteriormente discutir mediciones alternativas de riesgos. Nuestros resultados nos permiten obtener una medida sencilla del retorno y establecer métricas precisas del riesgo que deseamos reducir a través de la cobertura con forwards.

Notamos que esta discusión es irrelevante bajo normalidad de los componentes bajo análisis por lo que nuestro interés radica en generar un instrumento robusto a las distribuciones empíricas de los retornos de los instrumentos financieros en moneda extranjera y al co-movimiento que tienen con las fluctuaciones de la paridad peso-dólar. Al final de la sección discutimos en detalle las implicancias de la no-normalidad de los retornos y la inestabilidad de las correlaciones entre los retornos de los instrumentos y la paridad peso-dólar.

2.1 Aproximación del Retorno del Portafolio

El retorno total del portafolio de un activo en moneda extranjera puede ser descompuesto entre el efecto puro del activo y el efecto de la paridad de la sección no cubierta. En otras palabras si P_t corresponde al valor del activo en moneda extranjera y Q_t el valor de la paridad, ambos en el período t , entonces el valor de la porción no cubierta es $P_{t+1}Q_{t+1}$ mientras que bajo cobertura su valor sería $P_{t+1}F_t$, donde F_t corresponde al forward tomado en t que asumimos es proporcional al valor spot de la paridad ajustado por el diferencial de tasas más otros costos asociados a la operación, así $F_t = Q_t \exp(x_t)$ siendo x_t la variable que resume los elementos arriba mencionados.

Con todo, si consideramos que λ es la proporción del activo cubierta y usando las definiciones $g_{t+1} = \log(P_{t+1}) - \log(P_t)$ y $d_{t+1} = \log(Q_{t+1}) - \log(Q_t)$ tenemos que el retorno del portafolio en forma continua, $r_{t+1} = \log(1 + R_{t+1})$, satisface la siguiente relación:

$$\begin{aligned} \exp(r_{t+1}) &= (1 - \lambda) \frac{P_{t+1}Q_{t+1}}{P_tQ_t} + \lambda \frac{P_{t+1}F_t}{P_tQ_t} \\ &= (1 - \lambda) \exp(g_{t+1} + d_{t+1}) + \lambda \exp(g_{t+1} + x_t) \\ &= \exp(g_{t+1}) [(1 - \lambda) \exp(d_{t+1}) + \lambda \exp(x_t)] \end{aligned}$$

Al tomar logaritmos de la expresión anterior notamos que el retorno total se compone del retorno propio del instrumento financiero, el efecto de la paridad y el mecanismo de valoración del forward. Para simplificar la segunda expresión del lado derecho seguimos a Campbell et al. (1997) tomando una aproximación de Taylor de dicha expresión. Si concentramos dicha aproximación en torno a $\bar{d} = \bar{x} = 0$ el retorno del portafolio se reduce convenientemente como sigue:¹

$$\begin{aligned} r_{t+1} &= g_{t+1} + \log [(1 - \lambda) \exp(d_{t+1}) + \lambda \exp(x_t)] \\ &\approx g_{t+1} + (1 - \lambda)d_{t+1} + \lambda x_t, \end{aligned}$$

donde los términos de segundo orden, que son proporcionales al segundo momento de la distribución conjunta entre d_{t+1} con x_t han sido eliminados. En el caso de que estos fuesen invariantes en el tiempo el término de error es una constante, sin embargo los activos financieros y paridades suelen utilizar modelos del tipo GARCH por lo cual dicho términos varían en el tiempo, esto representa una limitación de la aproximación.

Al tomar como válida la aproximación tenemos que el retorno del portafolio total contiene el efecto puro del activo en moneda extranjera (g_{t+1}), la fluctuación de la paridad (d_{t+1}) y el premio por el forward (x_t). De forma de explotar la información disponible en el período t , consideraremos la innovación en una variable, condicional a la información disponible en el período anterior, como sigue: $\tilde{x}_{t+1} \equiv x_{t+1} - E_t(x_{t+1})$, de esta forma el problema se reduce a:

$$\tilde{r}_{t+1} = \tilde{g}_{t+1} + (1 - \lambda)\tilde{d}_{t+1}. \quad (1)$$

Esta última ecuación implica que las innovaciones en el retorno se derivan de aquellas en el activo y la fluctuación de la paridad. Intuitivamente esta ecuación nos indica que si hay completa cobertura ($\lambda = 1$) entonces la incertidumbre en el retorno se deriva únicamente del activo, caso contrario si no hay cobertura ($\lambda = 0$) entonces se suman también las innovaciones en la fluctuación de la paridad. Notamos que las innovaciones en cada variable pueden ser obtenidas por medio de modelos que permitan construir la esperanza condicional con información en t . En este trabajo

¹Los detalles de la derivación se encuentran en el Anexo A.1.

consideramos, por simplicidad, que $E_t(x_{t+1}) = 0$, sin embargo es posible extender el análisis donde dicha esperanza condicional se genere de forma conjunta por algún modelo de series de tiempo. En efecto, una extensión natural de este estudio incluye utilizar VAR para realizar las proyecciones condicionadas. Alternativamente podemos considerar reglas de Análisis Técnico que permitan “predecir” las fluctuaciones. Notamos también que esta definición permite también acomodar el modelo GARCH debido a que puede ser implementado con el operador de esperanza condicional.

2.2 Análisis de Riesgo

Previamente derivamos una expresión simple (1) para las innovaciones en el retorno del portafolio en un activo en moneda extranjera. Ahora introduciremos nociones de riesgo que permitan establecer optimamente el porcentaje de cobertura (λ). En esta línea algunos autores proponen explotar la correlación entre el instrumento financiero en que se invierte y la paridad (Castillo y Aguila, 2005; Walker, 2006). De esta forma ellos se concentran en minimizar la varianza del retorno. Bajo dicho paradigma ello se reduce a seleccionar $\lambda = 1 + \rho\sigma_g/\sigma_d$, siendo ρ la correlación entre el crecimiento del activo y la fluctuación, mientras σ_g y σ_d son respectivamente las volatilidades del retorno del activo en moneda extranjera y de la fluctuación de la paridad.²

Notamos que para este resultado sea válido necesitamos que la correlación sea negativa y que su valor sea estable en el tiempo. Para el primer punto podemos contar con soporte económico mientras en el segundo punto la evidencia empírica muestra que las correlaciones varían radicalmente en el tiempo (Wilmott, 2006; Alexander, 2008). Más aún es posible encontrar evidencia empírica que indica que las correlaciones cambian de signo cuando se comparan períodos estables con aquellos de mayor turbulencia financiera. Por ejemplo Délano y Jaque (2005) presentan las correlaciones móviles del spread soberano de Chile con medidas de riesgo global, sus resultados muestran que ellas se ubican entre -0.5 y 1 cambiando abruptamente de signo.

Más aún la minimización de varianza no considera posibles valores extremos del retorno. En términos más generales podemos interpretar que la minimización de varianza reduce el problema de análisis riesgo a asumir que los retornos se distribuyen de forma normal o cercanos a dicha

²Los detalles de la derivación se encuentran en el Anexo A.2.

distribución. La evidencia empírica muestra que este supuesto es fuertemente rechazado por los datos en general porque los retornos presentan un elevado exceso de curtosis que indicaría que los valores extremos son más probables que los que predice la distribución normal (Mills y Markellos, 2008; Alexander, 2008).

Medidas de riesgo alternativas a la varianza son el Valor en Riesgo (VaR por Value at Risk) o el valor esperado condicional al VaR (ES por Expected Shortfall). Esta última es denominada por algunos autores como: (i) Valor en Riesgo Condicional (CVaR por Conditional VaR), (ii) Valor en Riesgo Promedio (AVaR por Average VaR) o (iii) Pérdida Esperada de Cola (ETL por Expected Tail Loss).

Tanto para el VaR como para el ES es necesario definir la masa acumulada de retornos negativos de interés (α), valor que usualmente se fija en 5% lo que indica que el 5% de los peores retornos observados serán utilizados en el análisis. De esta forma, el VaR y el ES se diferencian de la volatilidad en que esta última utiliza la información de la distribución en su conjunto mientras los primeros indicadores se concentran en los eventos de la cola izquierda que representan únicamente el 5% de la distribución completa de los retornos.

Considerando el valor dado de α el Valor en Riesgo (VaR) y el Valor Esperado condicional al Var (ES) se definen como (Wilmott, 2006):

$$\alpha = \Pr(r < -\text{VaR}) = F(-\text{VaR}/\sigma) \quad \text{y} \quad \text{ES} = E(r|r < -\text{VaR}), \quad (2)$$

donde $F()$ corresponde a la función de distribución acumulada y $E()$ al operador esperanza. Ambos elementos pueden ser obtenidos empíricamente o asumidos bajo una distribución específica. Para el primer caso hay que tener en consideración que las medidas VaR y ES utilizan un subconjunto de los datos lo que impone un requisito adicional que es una muestra más grande de observaciones. En efecto, si se utiliza el 5% de la muestra necesitamos 600 observaciones para calcular el ES con 30 datos.

Por otra parte, si consideramos que los retornos se distribuyen normal con media cero y varianza finita σ^2 , entonces tanto el VaR como ES son funciones de la volatilidad, vale decir se

cumple que: (i) $\text{VaR} = -\sigma\Phi^{-1}(\alpha)$ y (ii) $\text{ES} = -\sigma\phi(\Phi^{-1}(\alpha))/\alpha$.³ De esta forma el VaR al 5% o al 1% es 1.645 o 2.326 veces la volatilidad del retorno, mientras el ES es 2.063 y 2.665 veces la volatilidad a los mismos niveles de α . Este resultado no debiera ser de mayor sorpresa pues la distribución normal es completamente caracterizada por su media y varianza. De esta forma las medidas de riesgo que estamos considerando: volatilidad, VaR y ES son combinaciones lineales del parámetro no nulo de la distribución (σ).

Acerbi y Tasche (2002) proponen ciertos criterios deseables para una medida de riesgo genérica $v(r)$. Dichos criterios corresponden a que las medidas utilizadas deben ser coherentes. Esto implica: (i) monótona, (ii) subaditiva, (iii) homogénea positiva e (iv) invariante a constante. Ellos muestran que si bien existe una relación entre el VaR y la ES, el primero no es coherente pues no satisface subaditividad, que corresponde a $v(r+s) \leq v(r) + v(s)$ o que la suma de portafolios genera a lo más tanto riesgo como la suma de los riesgos de cada uno de estos portafolios. ES y la volatilidad resultan ser coherentes, razón por la cual las consideraremos en este estudio.

No obstante la volatilidad, que es una medida de las discrepancias cuadráticas de los retornos, puede resultar difícil de interpretar. En contraste el ES es el valor promedio en la cola de la distribución lo cual se mide en unidades monetaria y podría ser más informativo para establecer el “efecto” de un determinado nivel de riesgo. Adicionalmente, discutimos que el uso de la volatilidad presume el supuesto de normalidad de los retornos, al caracterizar completamente la distribución con dicho parámetro, en contraste el ES se concentra en una cola de la distribución lo que permite la caracterización de los eventos más extremos. Puesto de otra forma, el ES se construye en un área que es de interés para los propósitos de analizar la optimalidad de la cobertura.

³Detalles de la demostración en el Anexo A.3.

3 Simulaciones

En esta sección realizamos ejercicios de simulación los cuales generan el retorno del portafolio siguiendo la aproximación (1). Con ellos se estiman los valores de cobertura que reducen las medidas de riesgo coherentes discutidas en la sección anterior: volatilidad y ES.

3.1 Portafolios

La estructura que se utilizó para construir los portafolios consistió en el uso de un instrumento de renta fija (bono) y uno de renta variable (acciones), ambos en dólares. Para ello se utilizaron los retornos semanales desde Enero de 1997 a Septiembre de 2011 de índices de acciones y bonos (Tabla 1). Estos presentan volatilidades anuales de: 6, 5, 19 y 19%, respectivamente. Del mismo modo, las fluctuaciones en la paridad peso dólar tiene una volatilidad de 11% durante dicho período.

Table 1: Descripción de los Índices

Índice	Descripción
DJCBP	El índice de bonos corporativos Dow Jones es una canasta con igual ponderación para 96 bonos corporativos en EEUU.
USGG5YR	Es un índice creado con los bonos y notas del gobierno de EEUU para el plazo 5 años.
SPX	Es un índice que se construye con 500 acciones ponderadas por capitalización bursátil.
INDU	El índice industrial Dow Jones es un índice ponderado por precios promedio de 30 acciones líderes en su industria.

Los retornos fueron calculados con la ecuación que aproxima el retorno total (1). Para ello se consideró $g_t = \omega b_t + (1 - \omega)s_t$, donde b_t, s_t son los retornos bono del y del activo, respectivamente; y ω corresponde a la ponderación asignada al índice de renta fija. Sobre la base de los índices anteriores se construyeron cuatro portafolios: A que combina DJCBP y SPX, B con DJCBP y INDU, C con USGG5YR y SPX y D con USGG5YR y INDU. Para cada uno de ellos se asignaron distintas ponderaciones de renta fija de modo de encontrar el óptimo de cobertura para las distintas combinaciones del portafolio total.

3.2 Resultados Históricos

Una primera revisión de los datos conlleva a utilizar las correlaciones entre las fluctuaciones de la paridad y los retornos de los índices. Estas son: -6% con respecto al índice de renta fija corporativo y 11% con respecto al índice de bonos del Tesoro Americano, mientras para los indicadores accionarios son -32% y -31% , respectivamente. Basados en los resultados teóricos esto indicaría que la cobertura debiese ser total ($1 - 0.06 \cdot 0.06/0.11 \approx 0.97$) para un portafolio construido únicamente con renta fija y parcial ($1 - 0.32 \cdot 0.19/0.11 \approx 0.45$) para aquel que sólo contiene renta variable. Por otra parte, notamos que bajo una correlación positiva, que es el caso del índice de bonos del Tesoro Americano, la cobertura óptima es sobre 100% por lo que la asumiremos cobertura total.

Recordamos que para el caso normal el ES es proporcional a la volatilidad por lo que los valores óptimos de cobertura se mantienen independiente del valor de α . Sin embargo, el supuesto de normalidad de los retornos puede ser muy restrictivo. En efecto observamos que la cobertura óptima para los portafolios mayoritariamente en renta variable presentan variaciones entre 40 y 60% cuando se utiliza ES al 5% . Por otro lado, bajo volatilidad la cobertura óptima está muy concentrada alrededor de 45% . Finalmente, para portafolios de renta fija, los resultados indican que la cobertura óptima es 100% bajo las dos medidas de riesgo (Tabla 2).

Table 2: Cobertura óptima

ω	Volatilidad				ES (al 5%)			
	A	B	C	D	A	B	C	D
0.0	0.429	0.469	0.429	0.449	0.388	0.592	0.449	0.531
0.1	0.469	0.510	0.469	0.531	0.449	0.633	0.531	0.571
0.2	0.531	0.571	0.531	0.531	0.490	0.674	0.531	0.653
0.3	0.592	0.612	0.592	0.612	0.551	0.735	0.612	0.714
0.4	0.633	0.653	0.633	0.714	0.612	0.755	0.714	0.776
0.5	0.694	0.714	0.694	0.796	0.674	0.735	0.796	0.816
0.6	0.755	0.755	0.755	0.857	0.694	0.755	0.857	0.878
0.7	0.796	0.816	0.796	0.918	0.796	0.837	0.918	0.918
0.8	0.857	0.857	0.857	0.939	0.857	0.898	0.939	0.918
0.9	0.918	0.918	0.918	0.980	0.898	0.898	0.980	0.898
1.0	0.959	0.959	0.959	1.000	0.959	0.959	1.000	1.000

3.3 Generación de Intervalos

Si bien el análisis anterior da cuenta de que existe una cobertura óptima es necesario notar que esta no considera la incertidumbre de la estimación de los parámetros del modelo. En particular para el caso de la volatilidad tenemos que la estimación de las correlaciones y volatilidades juegan un rol importante que implica que los analistas debieran definir un rango de cobertura óptima. Para el caso del ES la complicación radica en la incertidumbre de la estimación en la cola de la distribución. De esta forma generaremos intervalos de cobertura utilizando remuestreo de las observaciones efectivas, los cuales consideran el 90% de los valores óptimos de cobertura. Esto significa que asumimos que los retornos están distribuidos de forma independiente y que 500 repeticiones permiten obtener la distribución empírica del parámetro de cobertura óptima.

Los resultados de este ejercicio (Tabla 3) indican que considerando la medida de volatilidad la cobertura es creciente conforme aumenta el ponderador de renta fija. En extremo cuando el portafolio es únicamente construido con este instrumento la cobertura debiera ser 100%. De forma análoga para el caso de renta variable observamos que un portafolio construido únicamente con este tipo de instrumentos presenta coberturas óptimas que oscilan entre el 30 y 85% lo que da cuenta de la inestabilidad de las correlaciones.

Al tomar la medida de ES al 5% (Tabla 4) el resultado para los índices de renta variable indica que bajo ES al 5% no es posible determinar una medida óptima de cobertura lo cual amplifica la conclusión obtenida bajo la volatilidad del portafolio. De esta forma se confirma que la cobertura tiene poco que ofrecer, en términos de reducción de riesgo, para un portafolio de renta variable. Esto se sostiene por la observación empírica de correlaciones inestables. Por otra parte, para renta fija observamos que, al igual que con la volatilidad, se mantiene el resultado de cobertura total como óptimo. En efecto el intervalo indica que valores por sobre el 85% reducen esta medida de riesgo. Este último resultado será profundizado más adelante.

Table 3: Intervalos de Cobertura que minimizan volatilidad

ω	A	B	C	D
0.0	(0.3214 0.8520)	(0.3214 0.8469)	(0.3061 0.7449)	(0.3316 0.7602)
0.1	(0.3622 0.7857)	(0.3980 0.7959)	(0.4031 0.8061)	(0.4235 0.8112)
0.2	(0.4082 0.7806)	(0.4286 0.7755)	(0.4694 0.8214)	(0.4388 0.8163)
0.3	(0.5255 0.8878)	(0.5306 0.8878)	(0.5306 0.8622)	(0.5357 0.8622)
0.4	(0.6276 0.8418)	(0.6429 0.8571)	(0.6071 0.8673)	(0.6122 0.8827)
0.5	(0.6735 0.9184)	(0.6888 0.9184)	(0.6480 0.8827)	(0.6684 0.8827)
0.6	(0.6888 0.8980)	(0.6939 0.8980)	(0.7500 0.9235)	(0.7551 0.9184)
0.7	(0.7755 0.9490)	(0.7908 0.9490)	(0.7704 0.9592)	(0.8061 0.9643)
0.8	(0.8367 0.9796)	(0.8367 0.9796)	(0.8520 0.9643)	(0.8520 0.9796)
0.9	(0.9184 1.0000)	(0.9184 1.0000)	(0.9184 1.0000)	(0.9184 1.0000)
1.0	(0.9541 1.0000)	(0.9541 1.0000)	(0.9388 1.0000)	(0.9388 1.0000)

Table 4: Intervalos de Cobertura que minimizan ES al 5%

ω	A	B	C	D
0.0	(0.0000 0.8980)	(0.0306 0.9082)	(0.0000 0.7704)	(0.0765 0.8673)
0.1	(0.0459 0.8622)	(0.1224 0.8571)	(0.1786 0.9388)	(0.2653 0.8418)
0.2	(0.2043 1.0000)	(0.2306 0.9541)	(0.2296 0.8367)	(0.1378 0.8827)
0.3	(0.2194 0.9490)	(0.2551 0.9592)	(0.4184 0.8316)	(0.3724 0.9184)
0.4	(0.3878 0.9643)	(0.3724 0.9847)	(0.4184 0.9592)	(0.4184 0.9286)
0.5	(0.4694 0.9337)	(0.5255 0.9439)	(0.5918 0.9847)	(0.4847 0.9847)
0.6	(0.5306 0.9235)	(0.5306 0.9439)	(0.6531 0.9847)	(0.6020 1.0000)
0.7	(0.6735 1.0000)	(0.6888 0.9796)	(0.6990 0.9847)	(0.7143 0.9847)
0.8	(0.7551 0.9847)	(0.7704 1.0000)	(0.7500 1.0000)	(0.7500 1.0000)
0.9	(0.8163 1.0000)	(0.8367 1.0000)	(0.8520 1.0000)	(0.8316 1.0000)
1.0	(0.8571 1.0000)	(0.8571 1.0000)	(0.8520 1.0000)	(0.8520 1.0000)

3.4 Extensión

Un resultado interesante derivado de los ejercicios arriba presentados corresponde a que la cobertura óptima en renta fija debe ser 100%. En términos más intuitivos esto se deriva por la casi nula correlación entre la fluctuación de la paridad peso dólar y los retornos en los índices de renta fija considerados. Con el fin de establecer la robustez del resultado exploramos, en esta sección, el intervalo de cobertura óptima en portafolios de renta fija de bonos soberanos denominados en euro. Para ello consideramos información de Alemania, Austria, Bélgica, España, Finlandia,

Francia, Grecia, Holanda, Irlanda, Italia y Portugal entre Enero 1999 a Septiembre 2011.

Utilizando el algoritmo de remuestreo de la sección previa generamos intervalos de confianza al 90% para los valores óptimos de cobertura cambiaria en euro. Los resultados son consistentes con los derivados previamente tanto para el indicador de renta fija del Tesoro Americano como para el Corporativo (Tabla 5). Destaca el intervalo generado para Grecia de donde se concluye una menor cobertura que con los bonos del resto de los países considerados. Sin embargo el límite inferior del intervalo (70%) es suficientemente alto para mantener soportar el resultado de que la cobertura óptima en este tipo de activos es 100%.

Table 5: Intervalos de Cobertura

País	Volatilidad	ES al 5%
Alemania	(0.9592 1.0000)	(0.9337 1.0000)
Austria	(0.9592 1.0000)	(0.9133 1.0000)
Bélgica	(0.9745 1.0000)	(0.9337 1.0000)
España	(0.9388 1.0000)	(0.8776 1.0000)
Finlandia	(0.9796 1.0000)	(0.9133 1.0000)
Francia	(0.9745 1.0000)	(0.9337 1.0000)
Grecia	(0.8673 1.0000)	(0.6888 1.0000)
Holanda	(0.9592 1.0000)	(0.9184 1.0000)
Irlanda	(0.9184 1.0000)	(0.8724 1.0000)
Italia	(0.9592 1.0000)	(0.9082 1.0000)
Portugal	(0.8982 1.0000)	(0.8552 1.0000)

3.5 Discusión

Un tema que resta por analizar si los resultados obtenidos se derivan de la inestabilidad de las correlaciones, de la no-normalidad de los retornos o ambos. Primero debemos notar que el problema bajo análisis se basa en una distribución conjunta que bajo restrictivos supuestos: normalidad multivariada y estabilidad de correlaciones, tiene una solución cerrada. Bajo normalidad e inestabilidad de correlaciones la volatilidad requiere de un remuestreo para establecer el rango de optimalidad, cuya amplitud debiera reflejar la incertidumbre en la estimación del parámetro de correlación. Finalmente, en ausencia de normalidad pero bajo correlaciones estables la volatilidad está bien definida pero puede ser una mala medida del riesgo relevante.

4 Conclusiones

En este trabajo presentamos un mecanismo de análisis para determinar la cobertura óptima en portafolios expuestos en moneda extranjera. Nuestro objetivo fue establecer la relación entre cobertura y riesgo, utilizando dos medidas de riesgo y una combinación de activos financieros que simplifican las características de los portafolios de inversión de las AFP's.

Trabajando con datos en frecuencia semanal y con activos expresados en dólares y euros concluimos que los portafolios mayormente concentrados en renta fija pueden reducir su riesgo al cubrirse en un alto porcentaje (por sobre el 85% para el caso en dólares y sobre 70% en euro). Este resultado es también robusto a través de las distintas medidas de riesgo consideradas.

Por otra parte, para el caso de portafolios concentrados en renta variable el intervalo de cobertura óptimo es muy amplio, si se considera como medida de riesgo la volatilidad y no se encuentra definido cuando la medida riesgo utilizada es ES. Este resultado sugiere que no existe reducción de riesgo en este tipo de portafolios cuando se utiliza una estrategia de cobertura. Esto ha sido denominado en la literatura como cobertura natural, pero nuestro argumento se basa en que no es posible establecer optimamente el nivel de cobertura ya sea por la inestabilidad de las correlaciones (cuando analizamos la volatilidad) o por la ausencia de normalidad de los retornos (cuando consideramos la medida ES).

Finalmente, en términos de las medidas de riesgo utilizadas consideramos que el ES ofrece interesantes propiedades en este contexto de análisis que nos permiten sugerirla por sobre la medida tradicional de volatilidad. Por ser una medida que utiliza datos de la cola de la distribución resulta más relevante para el inversionista pues analiza los escenarios de riesgo, adicionalmente se expresa en términos de unidades monetarias lo que permite una mejor comunicación de los resultados. Adicionalmente, al uso del ES sugerimos remuestrear las observaciones de forma de establecer un intervalo de confianza para los parámetros de interés.

Referencias

- Acerbi, C. y D. Tasche (2002) “Expected Shortfall, A Natural Coherent Alternative to Value at Risk”, *Economics Notes*, 31(2):1-10.
- Alexander, C. (2008) *Market Risk Analysis, Volume II: Practical Financial Econometrics* John Wiley & Sons, Ltd.
- Campbell, J., A. Lo y A. MacKinlay (1997) *The Econometrics of Financial Markets*, Princeton University Press.
- Castillo, A. y R. Aguila (2005) “Estrategia óptimas de cobertura en presencia de incertidumbre en costos y cantidad” *Revista ABANTE* 8(2):88-110.
- Délano, V. y F. Jaque (2005) “Spreads Soberanos: diferencian los inversionistas internacionales entre economías emergentes?”, Documento de Trabajo No 332, Banco Central de Chile.
- Mills, T. y R. Markellos (2008) *The Econometrics Modelling of Financial Time Series*, tercer edición. Cambridge University Press.
- Walker, E. (2006) “Cobertura cambiaria e inversión internacional de portafolio: una perspectiva local” *Economía Chilena* 9(2):41-59.
- Wilmott, P. (2006) *Paul Wilmott introduces Quantitative Finance*, segunda edición. John Wiley & Sons.

A Anexo Técnico

A.1 Expansión de Taylor

Aplicando una aproximación de Taylor de primer orden tenemos que:

$$\log [(1 - \lambda) \exp(d_{t+1}) + \lambda \exp(x_t)] \approx \mu + (1 - \theta)d_{t+1} + \theta x_t,$$

donde $\theta = \lambda \exp(\bar{x}) / [(1 - \lambda) \exp(\bar{d}) + \lambda \exp(\bar{x})]$ y $\mu = \log [(1 - \lambda) \exp(\bar{d}) + \lambda \exp(\bar{x})] - (1 - \theta)\bar{d} - \theta\bar{x}$.

Notamos que bajo $\bar{d} = \bar{x} = 0$ tenemos que $\theta = \lambda$ y $\mu = 0$.

A.2 Cobertura que minimiza Volatilidad

La varianza de (1) es $\sigma_r^2 = \sigma_g^2 + 2(1 - \lambda)\rho\sigma_g\sigma_d + (1 - \lambda)^2\sigma_d^2$ cuya condición de primer orden es: $-2\rho\sigma_g\sigma_d - 2(1 - \lambda)\sigma_d^2 = 0$ o $(1 - \lambda)\sigma_d^2 = -\rho\sigma_g\sigma_d$ con lo que se prueba el resultado.

A.3 Medidas de Riesgo bajo la Normal

Consideremos que $r \sim N(0, \sigma^2)$ entonces para α el valor crítico del Valor en Riesgo tenemos que:

(i) $\text{VaR} = -\sigma\Phi^{-1}(\alpha)$ y (ii) $\text{ES} = -\sigma\phi(\Phi^{-1}(\alpha))/\alpha$, donde $\phi(\cdot)$ y $\Phi(\cdot)$ corresponden, respectivamente, a la densidad y distribución acumulada de la normal estándar.

Bajo normalidad: $\alpha = \Pr(r < -\text{VaR}) = \Phi(-\text{VaR}/\sigma)$, el VaR se obtiene de invertir $\Phi(\cdot)$. Para el caso de ES la solución se basa en que la función de densidad normal estándar satisface: $d\phi(z)/dz = -z\phi(z)$. De esta forma, tenemos que el valor esperado condicional es:

$$E(z|z < a) = \int_{-\infty}^a z \frac{\phi(z)}{\Phi(a)} dz = -\frac{1}{\Phi(a)} \int_{-\infty}^a \frac{d\phi(z)}{dz} dz = -\frac{\phi(a)}{\Phi(a)}.$$

Aplicando esta relación a nuestro problema: $\text{ES} = \sigma E(r/\sigma | r/\sigma < a) = -\sigma\phi(a)/\Phi(a)$, siendo $a = -\text{VaR}/\sigma = \Phi^{-1}(\alpha)$ por la definición de VaR. Por ello $\text{ES} = -\sigma\phi(\Phi^{-1}(\alpha))/\alpha$ con lo cual se prueba el segundo resultado.

**Documentos de Trabajo
Banco Central de Chile**

**Working Papers
Central Bank of Chile**

NÚMEROS ANTERIORES

PAST ISSUES

La serie de Documentos de Trabajo en versión PDF puede obtenerse gratis en la dirección electrónica: www.bcentral.cl/esp/estpub/estudios/dtbc. Existe la posibilidad de solicitar una copia impresa con un costo de \$500 si es dentro de Chile y US\$12 si es para fuera de Chile. Las solicitudes se pueden hacer por fax: (56-2) 6702231 o a través de correo electrónico: bcch@bcentral.cl.

Working Papers in PDF format can be downloaded free of charge from: www.bcentral.cl/eng/stdpub/studies/workingpaper. Printed versions can be ordered individually for US\$12 per copy (for orders inside Chile the charge is Ch\$500.) Orders can be placed by fax: (56-2) 6702231 or e-mail: bcch@bcentral.cl.

DTBC – 661
Are Forecast Combinations Efficient?
Pablo Pincheira
Febrero 2012

DTBC – 660
**Combinación de Proyecciones para el Precio del Petróleo:
Aplicación y Evaluación de Metodologías.**
Ercio Muñoz, Miguel Ricaurte y Mariel Siravegna
Enero 2012

DTBC – 659
Dinámica Laboral en Chile
Macarena García y Alberto Naudon
Enero 2012

DTBC – 658
¿Akaike o Schwarz? ¿Cuál elegir para predecir el PIB Chileno?
Carlos Medel
Enero 2012

DTBC – 657
**How Informative are In – Sample Information Criteria to
Forecasting? The Case of Chilean GDP**
Carlos Medel
Enero 2012

DTBC – 656
Indicadores Sintéticos para la Proyección de Imacec en Chile
Gonzalo Calvo y Miguel Ricaurte
Enero 2012

DTBC – 655	Enero 2012
Government Spending and the Real Exchange Rate: a Cross – Country Perspective	
Rodrigo Caputo y Miguel Fuentes	
DTBC – 654	Enero 2012
Tasas de Crédito Implícitas Ajustadas por Riesgo e Implicancias para las Políticas de Tasa Máxima Convencional	
Carlos Madeira	
DTBC – 653	Enero 2012
Un Gran VAR Bayesiano para la Economía Chilena	
Wildo Gonzalez	
DTBC – 652	Diciembre 2011
Capital Exchange Controls and Foreign Policy	
Marcel Fratzscher	
DTBC – 651	Diciembre 2011
Policy Implications of Using Audits to Detect Bank Insolvencies	
Jaime Huturbia y Claudio Sardoni	
DTBC – 650	Diciembre 2011
Self – Employment, Labor Market Rigidities and Unemployment Over the Business Cycle	
Gonzalo Castex y Miguel Ricaurte	
DTBC – 649	Diciembre 2011
The Risk of Civil Conflicts as a Determinant of Political Institutions	
Álvaro Aguirre	
DTBC – 648	Diciembre 2011
Propagation of Shocks to Food and Energy prices: an International Comparison	
Michael Pedersen	